

Abb. 3. Kosten K bei kombiniertem Ionenwanderungs- und Calutronbetrieb nach Gl. (14). c_1/c_0 = Anreicherungsgrad des Zwischenproduktes. A_2/N_1 = Elektrolyseebenkosten pro kWh Elektrolyseenergie.

Die Werte von K_1 , K_2 und K_3 , wie sie sich nach (11), (12) und (13) mit den angegebenen Werten von Γ_0 , S , τ' , A_3 , Φ und τ sowie dem in Tab. 7 gezeigten Zusammenhang zwischen c_1/c_0 und E für die quadratische Kaskade ergeben, sind in Tab. 8 verzeichnet. Schließlich sind die daraus berechneten

Gesamtkosten

$$K = \frac{1}{\Gamma_0} \left[\left(S + \frac{A_2}{N_1} \right) \frac{E(c_1/c_0)}{\tau'} + \frac{A_3}{\Phi \tau} \right] \frac{c_0}{c_1} \quad (14)$$

in Abb. 3 als Funktion von c_1/c_0 für verschiedene Werte von A_2/N_1 aufgetragen. Für jeden A_2/N_1 -Wert gibt es einen Wert von c_1/c_0 , bei dem die Kosten minimal sind. Entspricht dieses Minimum einer zu langen Einstellzeit $l^2/\pi D$ (vgl. Tab. 7), so wird man bei kleineren c_1/c_0 -Werten arbeiten, denn die Einstellzeit nimmt dann ab. Aus Abb. 3 ist ersichtlich, daß die Gesteungskosten für hochangereichertes ^{46}Ca schon um ein Drittel gesenkt werden können, wenn die Nebenkosten für den Elektrolysebetrieb 2 \$ pro kWh Elektrolyseenergie betragen. Das Zwischenprodukt müßte in diesem Fall doppelt so viel ^{46}Ca als natürliches Ca enthalten, die Trennröhrlänge wäre 22,5 cm und die Einstellzeit des Trennröhres 8 Tage. Bei geringeren Nebenkosten reduziert sich der Gesamtpreis noch weit mehr.

Damit sei diese Betrachtung abgeschlossen.

Die Arbeit wurde vom Bundesministerium für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft finanziell unterstützt. Den Herren Glasbläsermeistern P. KASPER und E. GLEICHMANN sowie unseren Mitarbeitern D. NEHRING und G. JOSTEN danken wir für ihre geschickte Hilfe.

Mikrowellenmessungen an einer hochfrequenzerregten Gasentladung

Von G. LISITANO und M. TUTTER

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München
(Z. Naturforsch. 16 a, 692–699 [1961]; eingegangen am 10. Juni 1961)

8,7 mm-Wellen werden mittels Hornantennen durch ein Entladungsgefäß geschickt und ihre Amplituden- und Phasenänderung bei Variation der plasmaerzeugenden Hochfrequenzleistung gemessen. Aus den Meßergebnissen werden die Elektronendichte und die geometrischen Abmessungen des Plasmas ermittelt.

Anordnung

Zur Beschreibung der Entladungsapparatur wird auf die Arbeiten von SCHLÜTER^{1, 2} verwiesen. Abb. 1 zeigt, wie die Mikrowellenhornantennen am Entladungsgefäß angebracht sind. Die Hornantennen für die Durchstrahlung senkrecht zum äußeren Magnetfeld sind außen an der ca. 1,5 mm starken Quarzwand in der Mitte eines der beiden Magnetspulenpaare angebracht, wo auf der Achse des Gefäßes die Stelle größter Plasmadichte (Plasmaballung²) liegt, was nach den spektroskopischen Messungen bekannt ist. Die Polarisationsrichtung, d. h. die Richtung des elektrischen Feldes, dieser Antennen ist parallel zur Gefäßachse. Das Antennenpaar für die Längsdurchstrahlung liegt an den Stirnflächen

des Gefäßes, wobei das der Plasmaballung benachbarte Horn als Sendehorn benutzt wird. Das Empfangshorn kann so gedreht werden, daß die Polarisationsrichtungen der beiden Hörner entweder senkrecht aufeinander stehen oder parallel gerichtet sind. Die Größe der Hörner ist so gewählt, daß einerseits eine möglichst gute Richtwirkung erzielt wird, andererseits die Plasmaballung noch nahezu in der Fernzone eines jeden Hornes liegt.

Die Hornantennen sind mittels Hohlleitern so mit einem Mikrowelleninterferometer verbunden, daß das Plasma in einem Brückenarm des Interferometers liegt (Abb. 2). Durch sägezahnförmige Frequenzmodulation des Klystrons (Frequenzhub 0,3%) und elektronische Mittel wird eine vektorielle Darstellung des Quotienten

¹ H. SCHLÜTER, Z. Naturforsch. 15 a, 281 [1960].

² H. SCHLÜTER, Dissertation, München 1961.



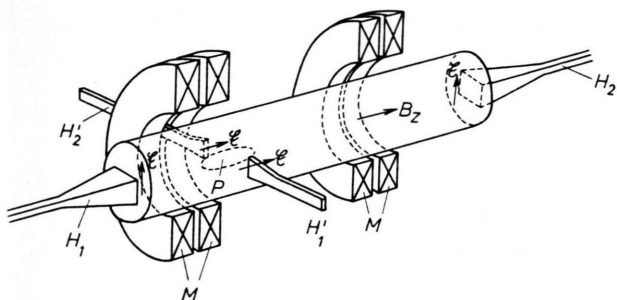


Abb. 1. Anordnung der Hornantennen am Entladungsgefäß. H_1, H_2 : Sende- und Empfangshorn für Längsdurchstrahlung; H_1', H_2' : Hörner für Querdurchstrahlung; M: Magnetspulen; P: Plasmaabblung.

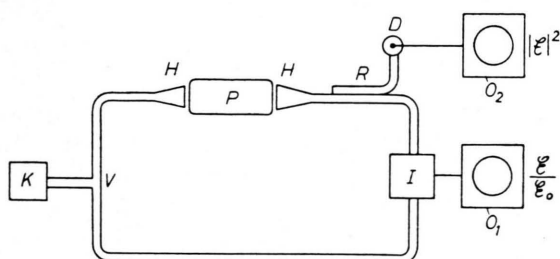


Abb. 2. Prinzipschaltung der Meßanordnung. K: Klystron; V: Hohlleiterverzweigung; H: Hornantennen; P: Plasmaentladungsgefäß; I: Interferenzstufe; O_1, O_2 : Oszillographen; R: Richtkoppler; D: Kristalldiode.

E/E_0 erreicht, wo E die elektrische Feldstärke der bei vorhandenem Plasma empfangenen Welle, E_0 diejenige ohne Plasma bedeutet. Der Leuchtpunkt auf dem mit einer Polarkoordinatenteilung versehenen Oszillographenschirm ist dabei der Endpunkt dieses Vektors. Die genaue Beschreibung dieser Meßmethode wird an anderer Stelle gegeben³. Mit einem zweiten Oszillographen wird auch das Quadrat der Amplitude der Welle, $|E|^2$, als Funktion der Zeit aufgenommen. Die Modulation des Klystrons hat wegen der Kleinheit des Frequenzhubs keinen meßbaren Einfluß auf die Amplitude der Welle.

Meßergebnisse

Die Abb. 3–8* zeigen das Verhalten der durch das Plasma transmittierten Welle bei den einzelnen Ausbreitungs- und Polarisationsrichtungen. Die Aufnahmen wurden gewonnen, indem die Anodenspannung des plasmaerzeugenden Hochfrequenzsenders kontinuierlich von Null bis zu einem Maximalwert erhöht wurde, was durch einen Elektromotor während einer Zeit von ca. 11 sec geschieht. Die Zeit-

³ G. LISITANO, in Vorbereitung.

* Abb. 3–8 auf S. 695.

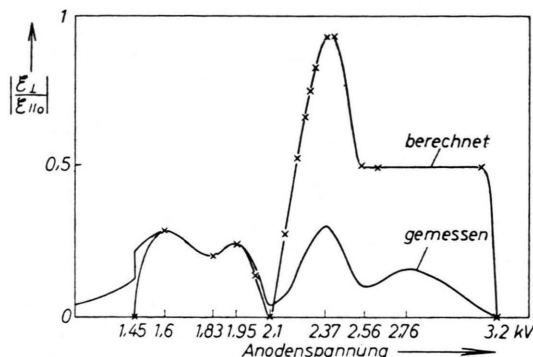


Abb. 9. Gemessene und berechnete Amplitude in Abhängigkeit von der Anodenspannung bei Längsdurchstrahlung und aufeinander senkrecht stehenden Polarisationsrichtungen der Hörner.

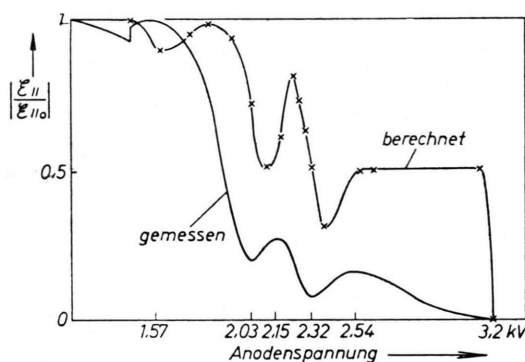


Abb. 11. Gemessene und berechnete Amplitude in Abhängigkeit von der Anodenspannung bei Längsdurchstrahlung und parallelen Polarisationsrichtungen der Hörner.

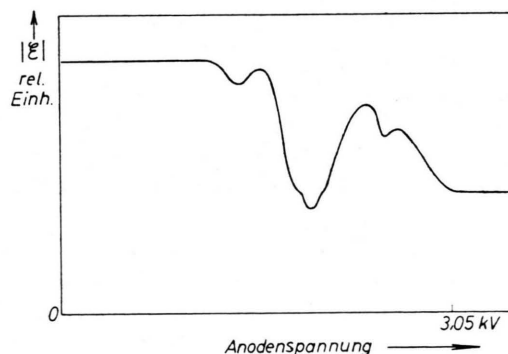


Abb. 13. Gemessene Amplitude in Abhängigkeit von der Anodenspannung bei Querdurchstrahlung.

ablenkung in den Abb. 3, 5 und 7 wurde gleichzeitig mit dem Start dieses Motors ausgelöst.

Alle Messungen wurden unter Bedingungen durchgeführt, bei denen die Plasmaeigenschaften als Funktionen der Senderanodenspannung gut reproduzier-

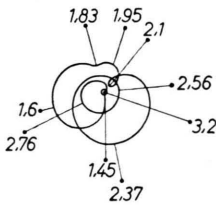


Abb. 10. Aus mehreren Kurven der in Abb. 4 abgebildeten Art gewonnene mittlere Kurve.

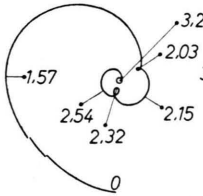


Abb. 12. Aus mehreren Kurven der in Abb. 6 abgebildeten Art gewonnene mittlere Kurve.

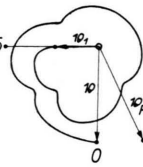


Abb. 14. Aus mehreren Kurven der in Abb. 8 abgebildeten Art gewonnene mittlere Kurve.

bar waren und aufeinanderfolgende Aufnahmen bei gleicher Ausbreitungs- und Polarisationsrichtung nur relativ kleine Abweichungen voneinander aufwiesen. Zur Auswertung wurden aus jeweils 3–4 gleichartigen Kurven gebildete mittlere Kurven verwendet (Abb. 9 bis 14). Im Falle der Abb. 4 war auch eine Aufzeichnung nach der visuellen Beobachtung des Vorgangs erforderlich. In Abb. 9, 11, 13 sind die Abszissenwerte bereits in Einheiten der Anodenspannung des Senders umgerechnet, und aus den gemessenen Ordinatenwerten ist die Wurzel gebildet, um die quadratische Verzerrung durch die Kristall-detektor-Kennlinie rückgängig zu machen. Durch Vergleich mit den zugehörigen Amplitudenkurven konnten den Maxima und Minima der Polarkurven in Abb. 10, 12, 14 die entsprechenden Senderspannungswerte zugeordnet werden.

Auswertung

Es werden zunächst die Messungen mit Ausbreitungsrichtung in Längsrichtung des Entladungsgefäßes betrachtet. Ein unter dem Einfluß eines äußeren statischen Magnetfeldes stehendes Plasma zerlegt eine in Richtung dieses Feldes in das Plasma einfallende linear polarisierte Welle in zwei in entgegengesetztem Sinne zirkular polarisierte Wellen, in bezug auf die das Plasma die Brechungsindizes n_1 und n_2 besitzt. Unter den Voraussetzungen, daß die Temperatur des Plasmas genügend klein ist und daß

$$\omega_e^2/\omega^2 \ll 1$$

ist, wo ω_e die Gyrofrequenz der Elektronen und ω die Frequenz der einfallenden Welle (Meßfrequenz) ist, gelten die Beziehungen:

$$n_1 = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - i(\nu/\omega) - (\omega_e/\omega)} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

$$n_2 = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - i(\nu/\omega) + (\omega_e/\omega)} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

ω_p ist die Plasmafrequenz und ν die Stoßfrequenz der Elektronen gegen schwere Teilchen. Abb. 15 zeigt n_1 und n_2 als Funktionen der relativen Elektronendichte, berechnet nach Gl. (1) und (2) mit Parameterwerten, wie sie bei der Messung vorlagen: $B = 1840$ Gauß (statisches Magnetfeld an der in

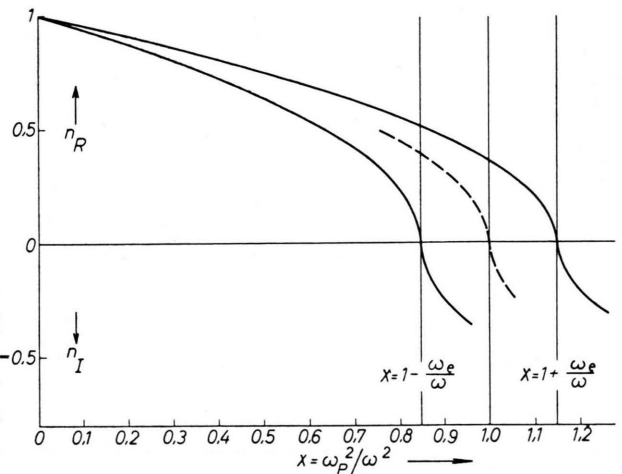


Abb. 15. Die Brechungsindizes n_1 und n_2 bei $\omega_e/\omega = 0,15$ und der Brechungsindex n bei $\omega_e = 0$ (gestrichelt) in Abhängigkeit von der relativen Elektronendichte x . Obere Kurve: n_2 , untere Kurve: n_1 .

Abb. 1 angegebenen Stelle, mit HALL-Sonde gemessen), $\omega = 2\pi \cdot 34,5$ GHz $= 2,17 \cdot 10^{11}$ sec $^{-1}$; jedoch unter Vernachlässigung der Stoßfrequenz ν .

Die Resultierende aus den beiden mit verschiedener Geschwindigkeit laufenden zirkularen Wellen ist eine linear polarisierte Welle, deren Polarisationsrichtung sich längs des im Plasma durchlaufenen Weges dreht (FARADAY-Drehung). Die durchlaufene, senkrecht zur Ausbreitungsrichtung unbegrenzt und von Plasma homogener Elektronendichte erfüllt gedachte Schicht habe die Dicke Δz ; dann beträgt die FARADAY-Drehung:

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \frac{n_{2R} - n_{1R}}{2} \Delta z \quad (3)$$

(n_{1R} , n_{2R} : Realteile von n_1 , n_2). Die Phasenverschiebung der gedrehten Welle gegen eine um die gleiche Strecke im Vakuum gelaufene Welle beträgt

$$\Delta\Phi_1 = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{n_{1R} + n_{2R}}{2} \right) \Delta z. \quad (4)$$

Bei Dichten, bei denen nur noch die eine zirkulare Welle fortschreitet, beträgt deren Phasenverschie-

Abb. 3. $|E|^2$ bei Längsdurchstrahlung und senkrecht aufeinander stehenden Polarisationsrichtungen der Hörner als Funktion der Zeit.

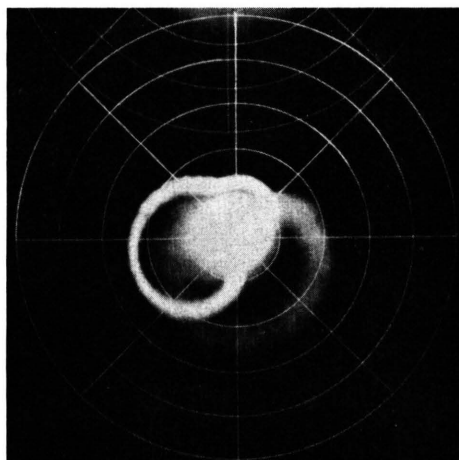
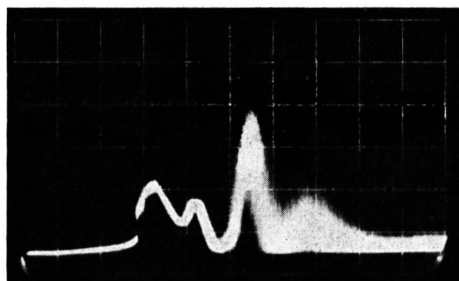


Abb. 4. Ausbreitungs- und Polarisationsrichtung wie Abb. 3; E in Vektordarstellung mit der Zeit als Parameter.

Abb. 5. $|E|^2$ bei Längsdurchstrahlung und parallelen Polarisationsrichtungen der Hörner als Funktion der Zeit.

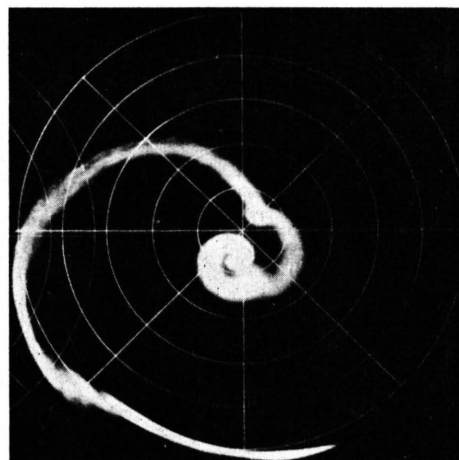
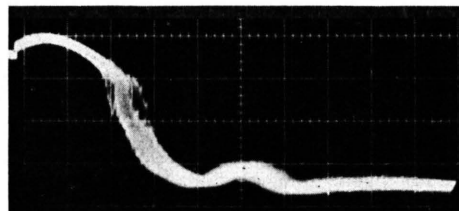


Abb. 6. Ausbreitungs- und Polarisationsrichtung wie Abb. 5; E in Vektordarstellung mit der Zeit als Parameter (Nullpunkteinstellung des Oszillographen versehentlich nach unten verschoben!).

Abb. 7. $|E|^2$ bei Querdurchstrahlung als Funktion der Zeit.

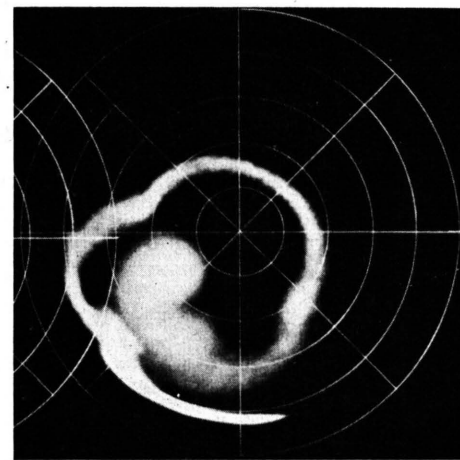
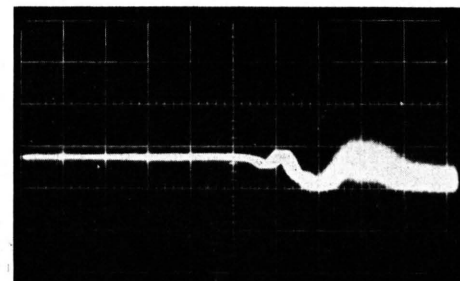


Abb. 8. Ausbreitungsrichtung wie Abb. 7; E in Vektordarstellung mit der Zeit als Parameter.

bung (gegen eine um Δz im Vakuum gelaufene Welle):

$$\Delta\Phi_2 = \frac{\omega}{c} (1 - n_{2R}) \Delta z. \quad (5)$$

In Abb. 16 sind die aus Abb. 15 gebildeten Werte von α , $\Delta\Phi_1$ und $\Delta\Phi_2$ in Einheiten von 2π bei einer Schichtdicke $\Delta z = 2\pi(c/\omega) = \lambda_0$ (= Vakuumlänge der Mikrowelle) wieder in Abhängigkeit von der

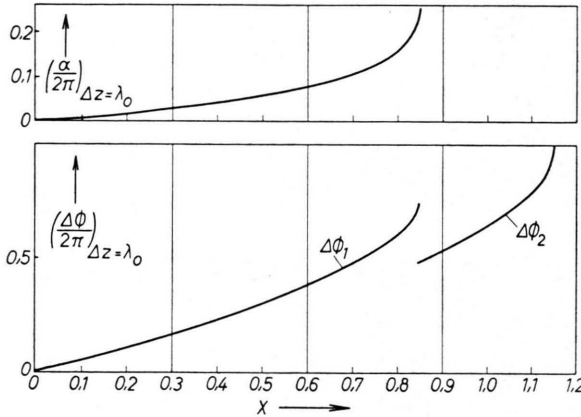


Abb. 16. Der FARADAY-Drehwinkel α und die Phasenverschiebungen $\Delta\Phi_1$ und $\Delta\Phi_2$ in Einheiten von 2π , bezogen auf eine Schichtdicke gleich der Vakuumwellenlänge λ_0 , in Abhängigkeit von der relativen Elektronendichte x .

relativen Elektronendichte $x \equiv \omega_p^2/\omega^2$ aufgetragen.

Sind die Polarisationsrichtungen der beiden Hornantennen parallel, so ist bei Dichten, bei denen die Imaginärteile beider Brechungsindizes Null, die beiden Wellen also ungedämpft sind, der Quotient aus der gemessenen Feldstärke $E_{||}$ und der ohne Plasma gemessenen Feldstärke $E_{||0}$

$$E_{||}/E_{||0} = \cos \alpha \cdot e^{i\Delta\Phi_1}. \quad (6)$$

Wird die Polarisationsrichtung des Empfangshorns im Drehsinn der FARADAY-Drehung um $\frac{1}{2}\pi$ gegen diejenige des Sendehorns gedreht, so ist der Quotient aus der gemessenen Feldstärke E_{\perp} und der Feldstärke $E_{||0}$

$$E_{\perp}/E_{||0} = \sin \alpha \cdot e^{i\Delta\Phi_1}. \quad (7)$$

Wird die eine zirkuläre Welle auf die Amplitude σ gedämpft, so erhält man an Stelle von Gl. (7) die Superposition eines linearen und eines zirkulären Anteils:

$$E_{\perp}/E_{||0} = \sigma \sin \alpha \cdot e^{i\Delta\Phi_1} + \frac{1-\sigma}{2} e^{i(\Delta\Phi_2 + 1/2\pi)}. \quad (8)$$

Die (gemessene) Phase der zirkulären Welle ist dabei um $\frac{1}{2}\pi$ größer als die durch Gl. (5) gegebene.

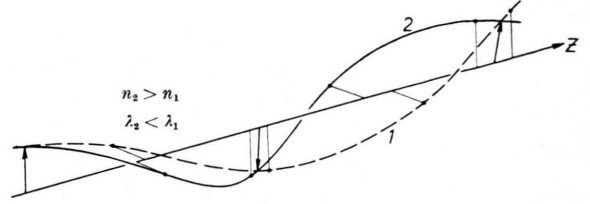


Abb. 17. Zur Erläuterung der Gl. (8): Superposition zweier zirkularpolarisierter Wellen mit verschiedener Wellenlänge. Bei Erhöhung der Plasmadichte wird die Welle 1 vor der Welle 2 absorbiert.

Dies rührt daher, daß der Drehsinn der FARADAY-Drehung derselbe ist wie der Schraubensinn derjenigen zirkulären Welle, welche nach der Absorption der ersten übrig bleibt (Abb. 17).

Nach den spektroskopischen Messungen hat die Plasmaballung etwa die Form eines auf der Achse des Entladungsgefäßes liegenden langgestreckten Rotationsellipsoids mit weitgehend homogener Dichte. Die Mikrowelle durchläuft also im Plasma Zonen verschiedener Länge Δz und die gemessenen Phasenwinkel und Polarisationsrichtungen sind resultierende Größen. In Abb. 18 ist die aus Abb. 10 entnommene Phasenverschiebung gezeichnet (dick gezeichnete Kurve). Die Schleife in Abb. 10 bzw.

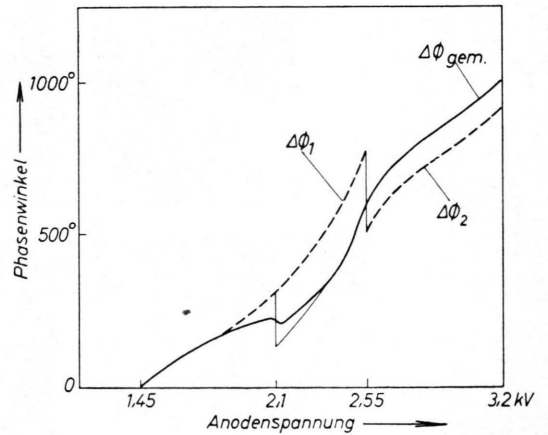


Abb. 18. Die aus Abb. 10 entnommene Phasenverschiebung $\Delta\Phi_{gem}$ und die durch Gl. (4) und (5) definierten Phasenverschiebungen $\Delta\Phi_1$ und $\Delta\Phi_2$ in Abhängigkeit von der Anodenspannung.

das Minimum in Abb. 9 bei 2,1 kV wurde so gedeutet, daß dort die Drehung der resultierenden Polarisationsrichtung gegen die Polarisationsrichtung des Sendehorns $\alpha = \pi$ beträgt. Wären beide zirkulären Wellen noch ungedämpft vorhanden, so würde die Schleife in Abb. 10 durch den Nullpunkt gehen und die Phasenkurve in Abb. 18 würde wegen Gl. (7)

einen Sprung von 180° machen. Nach der Deutung hat bei dieser Anodenspannung eine Dämpfung der einen zirkularen Welle gerade eingesetzt, so daß der vorliegende Zustand entsprechend Gl. (8) der Beginn des Überganges von der linearen zur zirkularen Welle wäre*.

Um die Auswertung zu vereinfachen, wird im folgenden die Plasmaballung als zylinderförmig von der Länge L betrachtet und die Stoßfrequenz der Elektronen wie in Abb. 15 vernachlässigt. Dem Zustand bei 2,1 kV wird eine relative Dichte $x=0,84_8$ zugeordnet, bei welchem Wert gerade noch kein zirkularer Anteil auftritt. Der Phasensprung ist dann voll ausgebildet und wurde symmetrisch zu der gemessenen Kurve in Abb. 18 eingezeichnet. Als Phasenverschiebung bei 2,1 kV wird $\Delta\Phi_1=310^\circ$ abgelesen. Mit diesem Wert wird aus Gl. (4) eine Länge $\Delta z=L$ des Plasmas von

$$L = \lambda_0 \frac{\Delta\Phi_1/2\pi}{(\Delta\Phi_1/2\pi)\lambda_0} = 1,0 \text{ cm}$$

ausgerechnet, während sich mit dem Wert $\alpha=\pi$ aus Gl. (3) die Länge

$$L = \lambda_0 \frac{\alpha/2\pi}{(\alpha/2\pi)\lambda_0} = 1,8 \text{ cm}$$

ergibt, wobei die in den Nennern stehenden Größen die in Abb. 16 graphisch dargestellten sind. Die Differenz der beiden Werte ist aus der Einfachheit des verwendeten Modells zu erklären. Als Länge des Plasmas bei der Anodenspannung 2,1 kV wird der Mittelwert $L=1,4 \text{ cm}$ genommen.

Bei der Anodenspannung 3,2 kV ist nahezu alle Mikrowellenenergie vom Plasma absorbiert. Für diese Spannung gibt die dick gezeichnete Kurve in Abb. 18 eine Phasenverschiebung von 1010° . Diese Kurve ist bei senkrecht aufeinander stehenden Po-

larisationsrichtungen der Hornantennen aufgenommen. Vor der vollständigen Absorption pflanzte sich nach Abb. 15 nur noch die eine zirkuläre Welle fort. Um die durch Gl. (5) definierte Phasenverschiebung $\Delta\Phi_2$ zu erhalten, muß nach dem bei Gl. (8) Gesagten von der gemessenen Phasenverschiebung der Wert $\frac{1}{2}\pi$ subtrahiert werden. Es ist demnach $\Delta\Phi_2=920^\circ$ und

$$L = \lambda_0 \frac{\Delta\Phi_2/2\pi}{(\Delta\Phi_2/2\pi)\lambda_0} = 2,2 \text{ cm.}$$

Die relative Plasmadichte wird $x=1,2$ gesetzt. Bei dieser Dichte hat die Amplitude der zweiten zirkularen Welle nur noch den Bruchteil

$$\sigma = \exp(n_{21}\omega/c) L = 0,05$$

ihres ursprünglichen Wertes (vgl. Abb. 15) und liegt damit unterhalb der Meßgrenze.

Ein dritter aufschlußerteilender Zustand ist der, bei welchem die relative Dichte den Wert $x=1-\omega_e/\omega$ überschreitet. Die Phasenverschiebung geht dort von $\Delta\Phi_1$ auf $\Delta\Phi_2$ herab, welche Änderung nach Abb. 16 - 35% beträgt. Da bei senkrecht aufeinander stehenden Polarisationsrichtungen der Hornantennen die gemessene Phasenverschiebung $\Delta\Phi_{\text{gem}}$ der zirkularen Welle um $\frac{1}{2}\pi$ zu groß ist, gilt die Beziehung:

$$\Delta\Phi_{\text{gem}} = \Delta\Phi_2 + \frac{1}{2}\pi = \Delta\Phi_1 - \pi.$$

Mit $\Delta\Phi_2 = \Delta\Phi_1(1-0,35)$ erhält man daraus $\Delta\Phi_1=780^\circ$. Dieser Wert liegt nach Abb. 18 bei der Spannung 2,55 kV, welcher daher die relative Dichte $x=1-\omega_e/\omega=0,85$ zugeordnet wurde. Aus Gl. (4) und Abb. 16 ergibt sich mit $\Delta\Phi_1=780^\circ$ eine Plasmalänge von $L=2,6 \text{ cm}$. Mit diesem Wert von L wird als FARADAY-Drehung

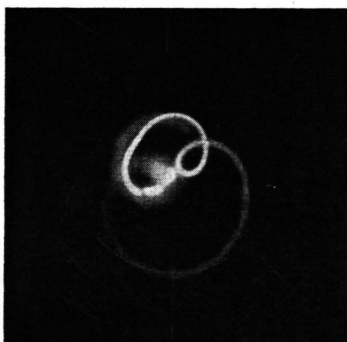
$$\frac{\alpha}{2\pi} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)_{\lambda_0} \frac{L}{\lambda_0} = 0,72$$

ausgerechnet.

In den ersten drei Zeilen der Tab. 1 sind die bisher erhaltenen Werte zusammengestellt. In Abb. 19 sind die Werte von $\alpha/2\pi$ durch eine Kurve verbunden.

Anodenspannung [kV]	x	$\frac{\alpha}{2\pi}$	L [cm]
2,1	0,84 ₈	0,5	1,4
2,55	0,85	0,72	2,6
3,2	1,2	—	2,2
3,05	1,05	—	

Tab. 1.



* Abb. 4 a zeigt zum Vergleich eine der Abb. 4 entsprechende Aufnahme, welche an derselben Entladungsapparatur bei einer anderen Meßreihe bei etwas veränderter Magnetfeldkonfiguration gemacht wurde.

Abb. 4 a. Der Abb. 4 entsprechende Aufnahme bei veränderten Entladungsbedingungen.

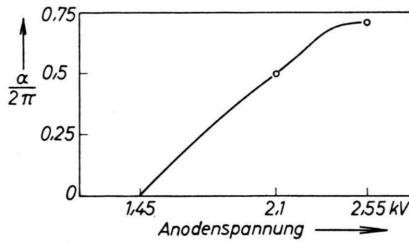


Abb. 19. Wahrscheinlicher Verlauf der bei zwei Anodenspannungswerten errechneten FARADAY-Drehung.

Es soll nun auf den Durchmesser D der zylinderförmig gedachten Plasmaballung geschlossen werden. Der von demjenigen Teil der Mikrowellenenergie, welcher das Empfangshorn erreicht, durchgesetzte mittlere Querschnitt an der Stelle des Zylinders wurde aus der Geometrie der Anordnung nach der Strahlenoptik berechnet; er ist eine dem Querschnitt des Empfangshorns ähnliche Rechteckfläche F . Der Teil des Zylinderquerschnittes $D^2(\pi/4)$, welcher innerhalb F liegt, wird mit F_1 bezeichnet. Wegen der Kleinheit des Raumwinkels Ω , welcher durch die Öffnungsfläche des Empfangshorns und den Abstand der beiden Hörner gegeben ist, kann der POYNTING-Vektor der Mikrowelle innerhalb der Fläche F als konstant betrachtet werden.

Bei senkrecht aufeinander stehenden Polarisationsrichtungen der Hörner gilt nach diesen Voraussetzungen an Stelle der Gl. (7) die Beziehung:

$$E_{\perp}/E_{\parallel 0} = \sin \alpha \cdot \sqrt{F_1/F} \cdot e^{i \Delta \Phi_1}. \quad (9)$$

Bei parallelen Polarisationsrichtungen der Hörner überlagert sich die durch den plasmafreien Querschnitt $F - F_1$ gelaufene Welle der durch F_1 gelaufenen, welche gegenüber jener eine Phasenverschiebung $\Delta \Phi_1$ besitzt. Für die in diesem Falle gemessene Feldstärke E_{\parallel} wird die Beziehung

$$\frac{E_{\parallel}}{E_{\parallel 0}} = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \frac{F_1}{F} \cdot e^{i \Delta \Phi_1} \cdot \text{sign}(\cos \alpha) + 1 - \frac{F_1}{F}}{\left(1 - \frac{F_1}{F} \sin^2 \alpha\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (10)$$

verwendet **.

Durch geeignete Wahl von F_1 wurde nun versucht,

** Bei der Herleitung der Gl. (10) wird angenommen, daß die Mikrowelle nach Passieren der Flächen F_1 und $F_2 = F - F_1$ nach einer gewissen Weglänge wieder einen innerhalb des Raumwinkels Ω konstanten POYNTING-Vektor besitzt; die zugehörige Feldstärke E' wird

$$E' \sim (E_1 F_1 + E_2 F_2) / (F_1 + F_2)$$

gesetzt, wo E_1, E_2 die Feldstärken unmittelbar nach Durchlaufen des Plasmas sind und $|E_1| = |E_2|$ gelten soll (keine Dämpfung). Die gemessene Feldstärke E_{\parallel} ist

mittels Gl. (9) und (10) die gemessenen Kurven von $|E_{\perp}/E_{\parallel 0}|$ und $|E_{\parallel}/E_{\parallel 0}|$ möglichst gut nachzubilden.

Die Werte für $\Delta \Phi_1$ und α wurden aus Abb. 18 und 19 entnommen; die Ergebnisse zeigen die Abb. 9 und 11. Die zu F_1 gehörenden Zylinderdurchmesser D sind in Abb. 20 a (Kurve a) aufgetragen. Bei $D \geq 1,25$ cm ist $F_1/F = 1$ und Gl. (10) geht über in Gl. (6).

Die Tatsache, daß die gemessenen Amplituden kleiner sind als die berechneten, läßt sich mit der Überlegung erklären, daß im Gegensatz zum Modell im wirklichen Plasma die Flächen gleicher Dichte sicher konvex gekrümmt sind und das Plasma daher wegen $n_{1R}, n_{2R} < 1$ als Zerstreuungslinse wirkt. Die Fläche F wird dann mit dichter werdendem Plasma kleiner als die oben berechnete, die Werte des Durchmessers D werden also kleiner sein als die mit der Annahme geradliniger Ausbreitung ermittelten; andererseits wird ein Teil der durch das Plasma gehenden Welle das Empfangshorn nicht mehr erreichen, wodurch das beobachtete Absinken der gemessenen Amplituden besonders bei höheren Dichten zustande kommt.

Bei der Querdurchstrahlung des Entladungsgefäßes mit Polarisationsrichtung der Mikrowelle parallel zum äußeren Magnetfeld ist der Brechungsindex durch die Gln. (1), (2) mit $\omega_e/\omega = 0$ gegeben (in Abb. 15 gestrichelt eingezeichnet). Aus den in diesem Falle gemessenen, in Abb. 13 und 14 dargestellten Kurven geht hervor, daß von der Anodenspannung 3,05 kV ab die Amplitude und Phase sich nicht mehr ändert. Die dann noch empfangene Welle, als Vektor v_1 bezeichnet, hat das Empfangshorn offenbar auf plasmafreiem Wege erreicht, z. B. entlang der Oberfläche des Entladungsgefäßes, was wegen der sehr breiten Richtcharakteristik der hierbei verwendeten Hornantennen möglich ist. Der durch das Plasma transmittierte Anteil v_p , welcher durch Subtraktion von v_1 von dem gemessenen Vektor v erhalten wird, ist von 3,05 kV ab Null, d. h. der Plasmazylinder, dessen Durchmesser sich bei

$$E_{\parallel} \sim E' \sqrt{F} \sim \frac{E_1 F_1 + E_2 F_2}{\sqrt{F_1 + F_2}}.$$

Tritt Dämpfung auf, so wird zu F_1 das Quadrat des Transmissionsfaktors σ hinzugesetzt (welcher hier definiert wird als der Quotient aus den Beträgen der Feldstärke nach und vor Durchlaufen des Plasmas), da eine Verkleinerung von σ^2 als äquivalent einer Verkleinerung von F_1 angesehen werden kann. Im Anwendungsbeispiel wirkt als Dämpfung die FARADAY-Drehung.

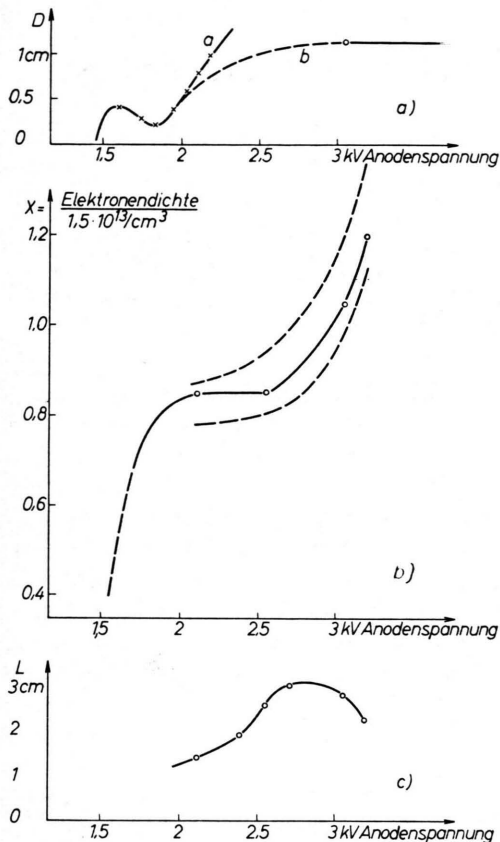


Abb. 20. Wahrscheinlicher Verlauf der bei den angegebenen Anodenspannungswerten ermittelten Größen. a) Zylinderdurchmesser D ; b) Relative Elektronendichte x ; c) Zylinderlänge L .

weiter wachsender Anodenspannung nicht mehr ändert, hat eine relative Dichte von etwa $x = 1,05$ überschritten. (Bei dieser Dichte ist die Amplitude der Welle auf den Bruchteil $\sigma = 0,05$ abgesunken.) Die maximale Phasenverschiebung des Zylinders ist gleich dem Winkel, um welchen sich der Vektor v_p bis zur Spannung 3,05 kV gedreht hat, nämlich $\Delta\Phi = 475^\circ$. Damit ergibt sich als Durchmesser D bei dieser Spannung, in Analogie zu Gl. (4):

$$D = \frac{c}{\omega} \Delta\Phi = 1,15 \text{ cm.}$$

Dieser Wert gibt den Zylinderdurchmesser und

nicht einen Mittelwert aller Weglängen im Zylinder an, da bei Annäherung der relativen Dichte an den Wert Eins wegen der starken Brechung nur derjenige Anteil der durch das Plasma gelaufenen Welle das Empfangshorn erreicht, welcher das Plasma nahe der Mittellinie durchsetzt hat. Der Wert $D = 1,15 \text{ cm}$ ist in Abb. 20 a als oberer Grenzwert eingezeichnet; die gestrichelte Kurve (b) ist unter Berücksichtigung des oben über den Durchmesser Erläuterten geschätzt. — Der Wert $x = 1,05$ bei 3,05 kV ist in Tab. 1 eingetragen; die vier ermittelten Dichtewerte sind in Abb. 20 b durch eine Kurve verbunden, desgleichen die Werte für die Zylinderlänge L in Abb. 20 c. Außer den in Tab. 1 enthaltenen L -Werten sind dabei noch einige mittels der Kurve in Abb. 20 b errechnete Werte verwendet.

Bei Vorhandensein einer Stoßfrequenz sind in der Nähe der kritischen Dichten $1 \mp \omega_e/\omega$ Real- und Imaginärteile der Brechungsindizes n_1 bzw. n_2 gleichzeitig von Null verschieden, so daß bei Dichteerhöhung der Beginn der Absorption nicht mehr scharf definiert ist, sondern die Dämpfung schon unterhalb der kritischen Dichten beginnt. Bei dem ersten der betrachteten Zustände (Anodenspannung 2,1 kV) ist dies zu sehen. Es wird abgeschätzt, daß die Deutung des Vorganges mit einer Stoßfrequenz bis zu $\nu \approx 10^9 \text{ sec}^{-1}$ verträglich ist.

Der Fehler in der Bestimmung der Dichtewerte, welcher durch ungenaue Zuordnung der kritischen Dichten $1 \mp \omega_e/\omega$ zu den Anodenspannungen infolge der Stoßfrequenz, der starken Brechung bei n_{1R} , n_{2R} gegen Null und der Nichtbeachtung der Beugung hervorgerufen wird, wird auf im Mittel 10% geschätzt; die Fehlergrenzen sind in Abb. 20 b gestrichelt eingezeichnet. Etwa der gleiche Fehler wird den ermittelten Durchmesserwerten beigemessen. Die Längenmessung ist ungenau; bei Berechnung unter der Annahme einer anderen als der Zylinderform der Plasmaballung, z. B. des Rotationsellipsoids oder des Doppelkegels, ist sowohl eine bessere Übereinstimmung der beiden bei 2,1 kV erhaltenen Längen als auch allgemein größere Länge zu erwarten.